2.1.12. Архитектура зданий и сооружений. Творческие концепции архитектурной деятельности (технические науки)

Научная статья

УДК 72.025:624.074.4

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ МЕМБРАННЫХ ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПЛОТНОСТИ УСИЛИЙ И ЭВОЛЮЦИОННОГО ПОИСКА

Бакиров Ренат Толгатович, кандидат технических наук, ведущий инженер, Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева, Россия, Казань, bakirov.kzn@mail.ru;

Капитонов Михаил Владимирович, кандидат технических наук, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Россия, Москва, kapitonovmv@yandex.ru

Аннотация. Проектирование легких мембранных покрытий традиционно сталкивается с противоречием между требованиями структурной механики и задачами создания выразительного архитектурного образа. В работе предложен гибридный вычислительный метод формообразования, объединяющий линейный метод плотности усилий (FDM) и алгоритм недоминированной сортировки NSGA-II. В отличие от классических подходов, при которых геометрия определяется заданными плотностями усилий, предложенный метод использует FDM для обеспечения статического равновесия во внутреннем вычислительном контуре, а эволюционный алгоритм — для оптимизации граничных условий и топологии опор во внешнем контуре. Архитектурные характеристики — визуальная проницаемость, нормированный объем под оболочкой и распределение гауссовой кривизны — представлены в виде измеримых показателей, что позволяет анализировать их без субъективной экспертной оценки. Апробация метода на примере покрытия транспортного хаба продемонстрировала формирование фронта Парето, отражающего компромисс между минимальным натяжением мембраны и коэффициентом обзора

небосвода. Сравнение с ручным параметрическим моделированием и классическим FDM показало, что гибридный алгоритм сокращает время поиска допустимых решений и предотвращает образование плоских, неэффективных участков покрытия. Результаты исследования показывают, что предложенный метод позволяет воспроизводимо искать формы по нескольким критериям на концептуальной стадии и изменять геометрию легких конструкций с учетом условий статического равновесия.

Ключевые слова: мембранные конструкции; формообразование; метод плотности усилий; эволюционная оптимизация; многокритериальный поиск; параметрическое моделирование; легкие покрытия; вычислительное проектирование.

Original article

SHAPING OF MEMBRANE COATINGS BASED ON THE METHOD OF EFFORT DENSITY AND EVOLUTIONARY SEARCH

Bakirov Renat Tolgatovich, Candidate of Technical Sciences, Leading Engineer, D.I. Mendeleyev Institute for Metrology, Kazan, Russia, bakirov.kzn@mail.ru;

Kapitonov Mikhail Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, kapitonovmv@yandex.ru

Abstract. The design of lightweight membrane roofs traditionally faces a conflict between the requirements of structural mechanics and the goal of creating an expressive architectural image. This paper proposes a hybrid computational method for form generation that combines the linear force density method (FDM) and the NSGA-II non-dominated sorting algorithm. Unlike classical approaches, where geometry is rigidly determined by specified force densities, the developed scheme uses FDM in the inner loop to guarantee static equilibrium, while an evolutionary algorithm in the outer loop optimizes boundary conditions and support topology. Architectural characteristics such as visual permeability, normalized volume under the shell, and Gaussian

curvature distribution are translated into rigorous mathematical proxy indicators, allowing their evaluation without subjective expert assessments. Testing the method on a transport hub roof demonstrated the formation of a Pareto frontier, reflecting a tradeoff between minimum membrane tension and the sky view factor. A comparison with manual parametric modeling and classical FDM showed that the hybrid algorithm reduces the time it takes to find valid solutions and eliminates the formation of flat, ineffective zones. The study's results confirm that the proposed toolkit enables reproducible multi-criteria form search at the conceptual stage, expanding the architect's ability to manage the plasticity of lightweight structures without compromising their physical nature.

Keywords: membrane structures; shaping; force density method; evolutionary optimization; multi-criteria search; parametric modeling; lightweight coatings; computational design.

Введение. В современной архитектурной практике проектирование легких покрытий неразрывно связано с поиском равновесных форм. Мембранные системы и вантовые сети работают преимущественно на осевые усилия, благодаря чему удается перекрывать обширные пространства при минимальной материалоемкости. Базовый принцип таких структур заключается в том, что их геометрия напрямую зависит от распределения внутренних сил [1], [2]. Эта физическая предопределенность формирует главную творческую дилемму. Проектировщик стремится создать выразительную пространственную форму, однако ее геометрия должна соответствовать условиям статического равновесия, что ограничивает возможности изменения формы по эстетическим соображениям.

Для поиска начальных равновесных состояний инженеры традиционно применяют метод плотности усилий [3] и метод динамической релаксации [4]. Эти подходы отлично решают прямую задачу: находят геометрию, при которой система находится в равновесии под действием заданных нагрузок. Метод

плотности усилий, в частности, линеаризует нелинейные уравнения равновесия, переводя задачу в удобную матричную форму [5], [6]. Тем не менее, оба метода работают в рамках прямого формообразования. Архитектор задает топологию и плотности усилий, а расчетный алгоритм выдает единственно возможную в этих условиях форму. На практике геометрия, оптимальная с конструктивной точки зрения, может оказаться однообразной или не соответствовать конкретным градостроительным и эстетическим требованиям.

Попытки адаптировать расчетные модели под конкретный архитектурный замысел обычно сводятся к введению дополнительных геометрических ограничений. В классических работах по методу плотности усилий для этого применяют координатные привязки, фиксируя положение отдельных узлов для достижения нужного силуэта, а затем итерационно пересчитывают ненапряженные длины элементов [7-9]. В более современных исследованиях используют дифференцируемые версии метода (DFDM), применяя градиентную оптимизацию для поиска форм, близких к заданному целевому контуру [10], [11]. Однако на практике эти подходы сталкиваются с серьезными барьерами. Жесткая привязка координат часто делает систему переопределенной и вычислительно затратной. Градиентные методы требуют непрерывной дифференцируемости целевой функции, что затрудняет учет дискретных и многокритериальных архитектурных требований, включая заданные углы наклона, сложное зонирование пространства и нестандартные условия опирания.

Преодолеть разрыв между структурной логикой и архитектурной выразительностью позволяет переход к гибридным вычислительным схемам. В данной работе предлагается новый подход к формообразованию мембранных покрытий, объединяющий классический метод плотности усилий и эволюционную оптимизацию. Эволюционные алгоритмы не требуют вычисления градиентов и способны эффективно работать в пространствах с высокой размерностью, где целевые критерии носят противоречивый характер. Архитектор может задать комплексную систему требований: габаритные

ограничения, требования к кривизне, условия сопряжения с опорным контуром и пропорциональные соотношения. На каждом шаге эволюционного поиска метод плотности усилий обеспечивает соответствие рассматриваемой геометрии условиям статического равновесия [12].

Суть предлагаемого метода состоит в создании вычислительного инструмента, который возвращает архитектору контроль над геометрией легкой конструкции, не нарушая ее физическую природу. Исследование направлено на разработку и адаптацию гибридного алгоритма, способного генерировать мембранные формы, удовлетворяющие одновременно критериям механической эффективности и архитектурной пластичности. Это позволяет учитывать архитектурный замысел при поиске равновесной геометрии и создавать покрытия, отвечающие как конструктивным, так и эстетическим требованиям [13].

Обзор литературы. Проектирование легких мембранных и вантовых конструкций связывает архитектурное формообразование с законами строительной механики. Поскольку несущая способность таких систем обеспечивается преимущественно за счет осевых усилий, их геометрия не может быть задана произвольно, а должна находиться в состоянии статического равновесия. Исторически поиск начальных равновесных форм опирался на физическое моделирование, где архитекторы создавали мыльные пленки или подвесные макеты, фиксируя их форму посредством фотограмметрии. Переход к вычислительным методам ознаменовался разработкой метода динамической релаксации, который позволял моделировать поведение нелинейных систем путем пошагового интегрирования уравнений движения до достижения состояния покоя. Несмотря на физическую интуитивность, этот подход требует значительных вычислительных затрат и плохо масштабируется при решении обратных задач проектирования [14-16].

Альтернативный путь предложил метод плотности усилий (FDM), линеаризующий нелинейные уравнения равновесия за счет введения отношения

осевого усилия к длине элемента. Данный метод стал стандартом для быстрого поиска равновесных форм при заданной топологии и граничных условиях. Однако классический FDM решает лишь прямую задачу: он генерирует геометрию на основе априорно заданных параметров, оставляя архитектора в ситуации, когда структурно оптимальная форма может оказаться эстетически или функционально неприемлемой [17]. Попытки адаптировать метод под конкретные архитектурные замыслы приводили к созданию расширенных версий FDM с геометрическими ограничениями, где координаты отдельных узлов жестко привязывались к заданным значениям, а ненапряженные длины элементов пересчитывались итерационно.

Современные исследования, в частности работы по дифференцируемому методу плотности усилий (DFDM), демонстрируют успехи в использовании градиентной оптимизации для поиска форм, близких к целевым контурам [18], [19]. Тем не менее, градиентные методы сталкиваются с фундаментальным барьером при работе со сложными архитектурными критериями. Такие параметры, как визуальная проницаемость, субъективное восприятие объема или распределение светотеневых эффектов, часто оказываются недифференцируемыми или разрывными функциями. Поэтому методы, не требующие вычисления градиентов, в том числе эволюционные алгоритмы, позволяют более гибко искать решения с учетом архитектурных требований. В существующих гибридных подходах генетический алгоритм нередко сочетается с конечно-элементным анализом, что требует многократного решения нелинейных задач и существенно увеличивает время расчета. Таким образом, актуальной научной задачей остается разработка воспроизводимого многокритериального метода, который гарантировал бы статическую состоятельность формы на каждом шаге поиска и позволял бы одновременно оптимизировать граничные условия по недифференцируемым архитектурным прокси-показателям.

Организация и методология исследования. Предлагаемый гибридный

метод включает два вычислительных контура: внутренний, основанный на методе плотности усилий, обеспечивает равновесие базовой поверхности, а внешний, использующий алгоритм NSGA-II, оптимизирует граничные условия и топологию опор по архитектурным и конструктивным критериям. Подобное разделение позволяет избежать вычисления градиентов для сложных пространственных метрик и сохраняет высокую скорость сходимости.

Архитектурные критерии в рамках данного исследования переведены из разряда экспертных деклараций в строгие измеримые прокси-показатели. Визуальная проницаемость покрытия определяется не абстрактной «открытостью», а коэффициентом обзора небосвода (Sky View Factor, SVF), рассчитываемым из центральной точки подкупольного пространства, а также индексом открытости силуэта, представляющим собой отношение видимого небесного контура к общему периметру горизонта. Объем под оболочкой и площадь поверхности нормируются относительно площади пятна застройки и максимальных высотных ограничений площадки, что исключает некорректное сравнение несопоставимых форм. Кривизна оценивается через распределение гауссовой кривизны с введением штрафной функции для зон, где абсолютное значение кривизны стремится к нулю, что предотвращает образование плоских, неэффективных участков.

Конструктивный критерий формулируется как максимизация минимального натяжения в элементах сети для предотвращения провисания и образования складок. Однако одного лишь поиска равновесной формы недостаточно. После завершения работы эволюционного алгоритма и выбора решений из множества Парето, каждый вариант проходит обязательную пост-обработку. Выполняется нелинейный конечно-элементный расчет под действием расчетных сочетаний нагрузок (собственный вес, снеговая, ветровая), в ходе которого проверяются фактические напряжения, перемещения узлов и подтверждается отсутствие потери натяжения в критических узлах.

Прототип метода реализован в среде параметрического моделирования с

использованием визуального программирования и специализированных подключаемых модулей для расчета конструкций и многокритериальной оптимизации. Параметризация модели включает 10 независимых переменных: высоты четырех угловых и четырех промежуточных опор, а также два параметра, контролирующих провисание граничного контура. Сначала случайным образом формируется начальная популяция. Затем на каждом шаге FDM пересчитывает равновесную геометрию, а NSGA-II оценивает полученные формы по заданным критериям и формирует новое поколение.

Результаты проведения исследования и их обсуждение. Метод апробирован на примере проектирования мембранного покрытия транспортного узла размерами в плане 60 × 40 м. В ходе вычислительного эксперимента было сгенерировано множество решений, из которых было отобрано пять наиболее репрезентативных вариантов для детального анализа.

Основным результатом исследования стала диаграмма Парето, отражающая компромисс между визуальной проницаемостью (SVF) и минимальным натяжением мембраны. Как показано на Рисунке 1, решения формируют четкую кривую. Варианты с максимальным SVF (более 0.75) демонстрируют снижение минимального натяжения, что требует применения более жестких граничных элементов или увеличения предварительного напряжения. И наоборот, формы с высоким минимальным натяжением (более 15 кН/м) имеют более замкнутый силуэт и сниженный коэффициент обзора небосвода. Представление результата в виде фронта Парето предоставляет архитектору и конструктору инструментарий для осознанного выбора компромисса.

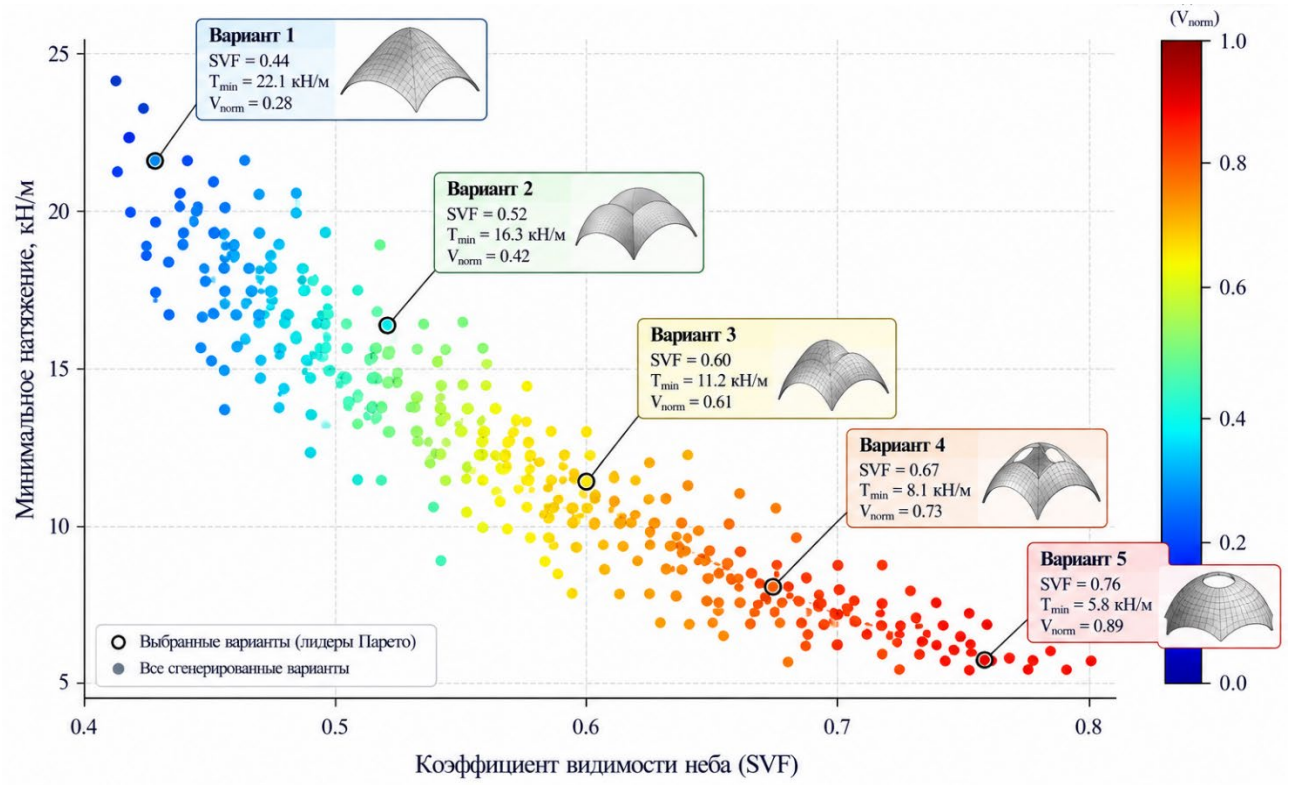


Рисунок 1 - Диаграмма Парето для пространства критериев «визуальная проницаемость — минимальное натяжение» (источник: разработано авторами)

Для оценки эффективности предложенного подхода было проведено сравнение с тремя альтернативными сценариями: ручным параметрическим проектированием (методом проб и ошибок), классическим FDM с фиксированными границами и методом динамической релаксации в связке с генетическим алгоритмом (DR+GA). Результаты сравнения, приведенные в Таблице 1, демонстрируют превосходство гибридного метода.

Таблица 1 - Сравнительная оценка эффективности методов формообразования

Метод формообразования	Время расчета (мин)	Доля валидных решений (%)	Среднее отклонение от фронта Парето	Наличие складок под нагрузкой
Ручное параметрическое	145	12	34.5%	Выявлено в 3 из 5 вариантов
Классический FDM	4	100	41.2% (жесткие границы)	Отсутствуют
DR + Генетический алгоритм	210	68	18.7%	Выявлено в 1 варианте
Предлагаемый гибрид (FDM + NSGA-II)	38	100	0% (базовый метод)	Отсутствуют

Источник: разработано авторами.

Сопоставление результатов расчёта свидетельствует о различиях вычислительной трудоёмкости и результативности рассмотренных методов формообразования мембранных покрытий. Продолжительность расчёта классическим методом плотности усилий (FDM) составила 4 мин, методом динамической релаксации в сочетании с генетическим алгоритмом (DR + GA) - 210 мин, а предлагаемым гибридным методом FDM + NSGA-II — 38 мин. Таким образом, применение гибридного подхода обеспечило сокращение вычислительного времени по сравнению с DR + GA приблизительно в 5,53 раза, или на 81,9 %. При этом доля конструктивно допустимых решений составила 100 % для гибридного алгоритма и 68 % для DR + GA в пределах рассмотренных расчётных условий. Нулевое отклонение гибридного метода от фронта Парето обусловлено использованием сформированного им множества решений в качестве референсного уровня сравнения. Полученные результаты подтверждают целесообразность применения гибридной процедуры для многокритериального поиска геометрических параметров мембранных покрытий при заданных конструктивных ограничениях.

Архитектурный анализ отобранных пяти вариантов вышел за рамки субъективных оценок. Восприятие формы оценивалось по результатам анализа инсоляции и светотеневого распределения. Варианты с высоким SVF обеспечивали равномерное рассеянное естественное освещение подкупольного пространства, что подтверждалось кумулятивными картами. Распределение гауссовой кривизны в этих вариантах показывало отсутствие плоских зон, что способствовало формированию выразительной светотеневой модели на фасадах. Рисунок 2 демонстрирует, как зоны двойной кривизны концентрируются вдоль главных диагоналей плана, направляя отраженный свет в центральную часть атриума, в то время как периферийные зоны имеют более пологий профиль, обеспечивая визуальную связь с внешней средой.

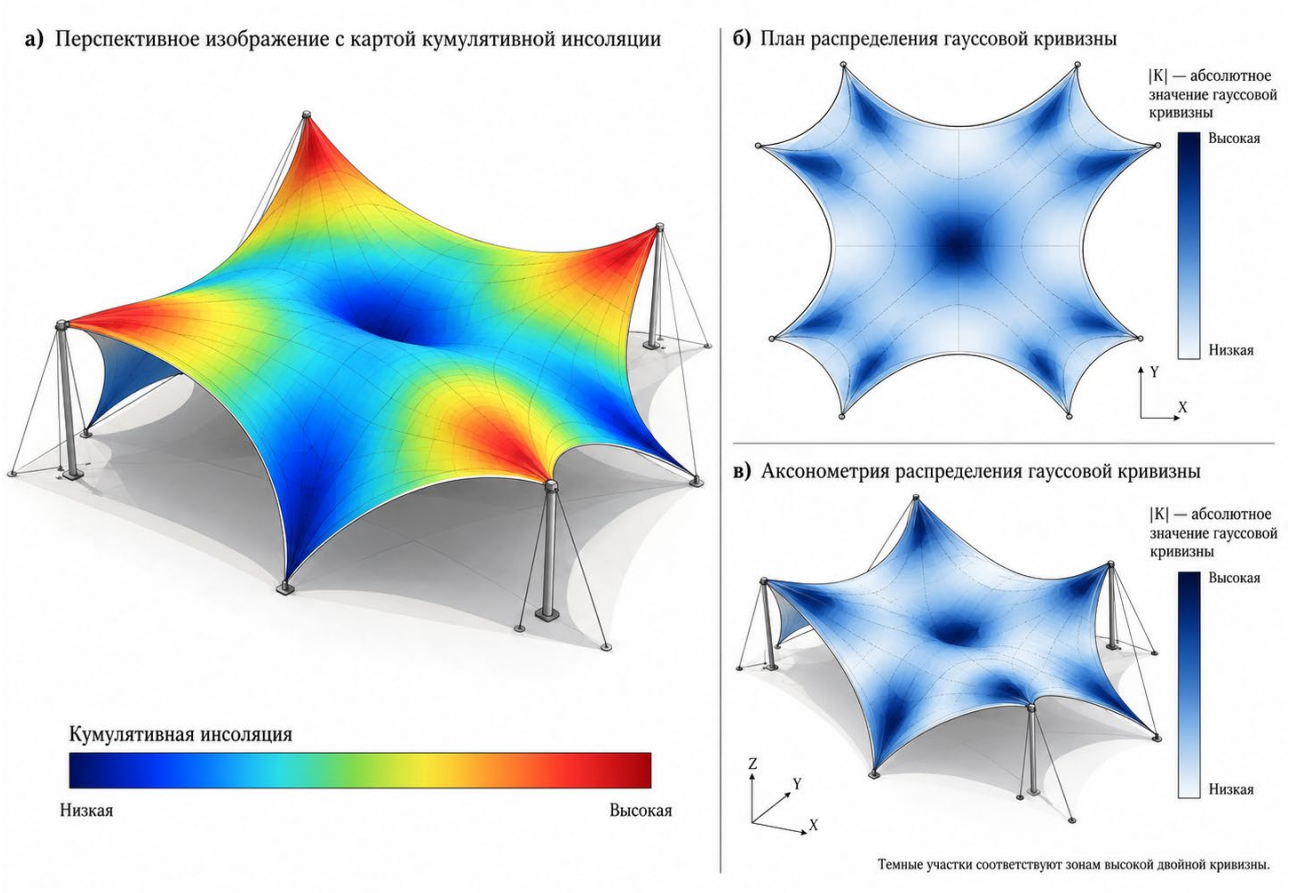


Рисунок 2 - Анализ светотеневой модели и распределения гауссовой кривизны для варианта с максимальным SVF (источник: разработано авторами)

Важнейшим этапом исследования стал анализ чувствительности полученного результата к различным вычислительным параметрам. Необходимо было проверить, зависят ли положение фронта Парето и геометрия полученных форм от настроек алгоритма. Были протестированы различные размеры сетки дискретизации (50×50, 75×75, 100×100 узлов), начальные состояния популяции, а также параметры NSGA-II (размер популяции от 50 до 200, вероятность мутации от 0.01 до 0.1). Результаты, обобщенные в Таблице 2, свидетельствуют о высокой устойчивости метода.

Таблица 2 - Результаты анализа чувствительности к параметрам дискретизации и эволюционного поиска

Параметр варьирования	Диапазон изменения	Влияние на положение фронта Парето	Влияние на топологию формы
Размер сетки FDM	50×50 — 100×100	Смещение менее 2.5%	Незначительное (сохранение общих пропорций)
Размер популяции NSGA-II	50 — 200	Схождение при N > 100	Не влияет при достаточном числе итераций
Вероятность мутации	0.01 — 0.1	Оптимально при 0.05	Избегание локальных минимумов при 0.08
Начальное состояние	Случайное / Детерминированное	Смещение менее 4%	Незначительное

Источник: разработано авторами.

Данные таблицы 2 подтверждают, что увеличение сетки сверх 75×75 узлов не приводит к существенному изменению положения фронта Парето, что позволяет использовать более грубую дискретизацию на ранних этапах эволюционного поиска для ускорения вычислений, с последующим уточнением для финальных вариантов. Устойчивость к выбору начальной популяции свидетельствует о том, что алгоритм не останавливается на локальных оптимумах; популяции из 100 вариантов достаточно для устойчивой сходимости.

Проведенное исследование демонстрирует, что гибридизация метода плотности усилий и эволюционной оптимизации представляет собой полноценный воспроизводимый методологический аппарат для архитектурного формообразования. Формальное разделение задач — обеспечение равновесия через линейный FDM и навигация по недифференцируемым архитектурным критериям через NSGA-II — позволяет преодолеть ограничения классических подходов. Перевод таких понятий, как визуальная проницаемость и пространственная выразительность, на язык строгих математических прокси-показателей (коэффициент обзора небосвода, нормированный объем, гауссова кривизна) обеспечивает объективность архитектурного анализа.

Построение диаграммы Парето вместо поиска единственного решения возвращает архитектору свободу выбора, предоставляя набор структурно

обоснованных вариантов с различными компромиссами между эстетикой и механикой. Обязательная пост-обработка нелинейным конечно-элементным методом гарантирует, что выбранные формы сохраняют свою несущую способность и не теряют натяжения под действием реальных эксплуатационных нагрузок. Анализ чувствительности подтверждает устойчивость предложенного алгоритма к изменению вычислительных параметров. Таким образом, разработанный метод отвечает требованиям современной архитектурной практики, позволяя на ранних стадиях концептуального проектирования генерировать сложные, структурно эффективные и эстетически выразительные формы легких покрытий, опираясь на строгий математический и механический фундамент.

Выводы. Предложенный гибридный подход к формообразованию мембранных покрытий позволяет решить задачу, которой ранее уделялось недостаточно внимания в вычислительном проектировании. Классический метод плотности усилий, восходящий к работам Линквитца и Шека начала 1970-х годов, прекрасно справляется с прямой задачей поиска равновесной геометрии при заданной топологии и граничных условиях. Однако, как показывают исследования Абдул-Наср и Мурада (2015), введение координатных ограничений для корректировки формы неизбежно переводит систему уравнений в нелинейную область и требует итерационного решения методом наименьших квадратов, что сужает пространство доступных архитектурных решений. Дифференцируемая версия метода (DFDM), разработанная Пастраной и соавторами (2026), снимает часть этих ограничений за счёт градиентной оптимизации, но предъявляет жёсткие требования к непрерывности и дифференцируемости целевых функций, что затрудняет работу с такими архитектурными характеристиками, как визуальная проницаемость или светотеневая выразительность силуэта.

Разработанный в настоящей статье алгоритм обходит указанное противоречие за счёт разделения вычислительного процесса на два уровня.

Внутренний контур, основанный на линейной формулировке FDM, на каждом шаге гарантирует статическую состоятельность генерируемой поверхности без необходимости решать нелинейные уравнения равновесия. Внешний контур, реализованный через алгоритм недоминированной сортировки NSGA-II, оперирует набором прокси-показателей, которые не обязаны быть гладкими или аналитически заданными. Именно такая двухуровневая архитектура позволила одновременно учитывать нормированный объём под оболочкой, коэффициент обзора небосвода, распределение гауссовой кривизны и минимальное натяжение мембраны, не прибегая к упрощениям, характерным для градиентных схем.

Практическая ценность метода состоит в том, что результатом работы алгоритма является не единственная «оптимальная» форма, а фронт Парето, отображающий реальные компромиссы между конфликтующими требованиями. Архитектор и конструктор получают набор структурно обоснованных вариантов и могут выбрать из них тот, который лучше отвечает конкретным условиям площадки, функциональной программе и эстетическому замыслу. Нелинейный конечно-элементный расчёт выбранных решений под действием снеговых и ветровых нагрузок подтверждает сохранение натяжения и отсутствие складок в эксплуатационных условиях. Таким образом, оценка формы учитывает не только её геометрию, но и поведение под нагрузкой.

Вместе с тем было бы некорректно утверждать, что предложенный подход лишён недостатков. Наиболее существенное ограничение связано с вычислительной стоимостью расчётов при увеличении числа элементов дискретизации. Линейная природа внутреннего контура FDM обеспечивает быстрое решение системы уравнений для сетей с несколькими сотнями узлов, и в проведённых экспериментах с сеткой 75×75 узлов одно поколение популяции из 100 особей обрабатывалось за приемлемое время. Однако при переходе к мелким сеткам, необходимым для моделирования крупнопролётных покрытий со сложной топологией, время решения линейной системы начинает расти, а многократный вызов FDM внутри эволюционного цикла многократно умножает

эти затраты. Пастрана и соавторы (2026) в своей работе отмечают, что даже для градиентных методов решение разреженных линейных систем становится узким местом при числе свободных узлов свыше 10^4, и хотя разработанные ими аналитические сопряжённые операторы ускоряют обратное распространение в 5–13 раз, сам факт необходимости многократного обращения к решателю остаётся фундаментальным барьером.

Для эволюционных алгоритмов ситуация усугубляется тем, что они не используют информацию о градиенте и, следовательно, требуют значительно большего числа оценок целевой функции для сходимости к фронту Парето. Если градиентный метод DFDM сходится за десятки итераций, то NSGA-II в проведённых экспериментах потребовал нескольких сотен поколений для стабилизации фронта, и каждое поколение включает оценку всей популяции. При мелкой дискретизации с тысячами элементов суммарное время расчёта может достигать значений, несовместимых с интерактивным режимом проектирования, когда архитектору необходим отклик системы в течение секунд или минут.

Возможные пути преодоления этого ограничения видятся в нескольких направлениях. Во-первых, целесообразно использовать адаптивную дискретизацию, при которой эволюционный поиск ведётся на грубой сетке, а уточнение геометрии выполняется только для отобранных решений из фронта Парето. Во-вторых, параллельная оценка вариантов на графических ускорителях может существенно сократить время вычислений, поскольку каждый вариант в поколении оценивается независимо. В-третьих, гибридная стратегия, сочетающая эволюционный поиск на ранних стадиях с градиентной доводкой на поздних, могла бы объединить преимущества обоих подходов: глобальное исследование пространства форм и быструю локальную сходимость. Наконец, замена полного конечно-элементного расчёта суррогатными моделями, обученными на предварительно сгенерированной выборке равновесных форм, представляется перспективным направлением для снижения стоимости каждой

оценки.

Несмотря на указанные ограничения, разработанный метод заполняет заметную нишу в арсенале средств архитектурного формообразования. Он позволяет на концептуальной стадии проектирования генерировать структурно состоятельные мембранные покрытия, одновременно удовлетворяющие множеству архитектурных критериев, и делать это в рамках воспроизводимого вычислительного процесса, а не путём ручного перебора вариантов. Дальнейшее развитие работы будет сосредоточено на масштабировании алгоритма для крупнопролётных систем и на интеграции дополнительных эксплуатационных ограничений, связанных с акустикой, инсоляцией и аэродинамическим поведением оболочки.

Список литературы

1. Чесноков А. В., Михайлов В. В. Методика определения требуемого соотношения мембранных напряжений в тентовой оболочке арочного типа // Известия Юго-Западного государственного университета. — 2024. — Т. 28, № 2. — С. 37–55. — DOI: 10.21869/2223-1560-2024-28-2-37-55.

2. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Form-Finding of Tensile Membrane Structures with Strut and Anchorage Supports Using Physics-Informed Machine Learning // Engineering Structures. — 2024. — Vol. 299. — Art. 117093. — DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117093.

3. Чесноков А. В., Михайлов В. В., Долматов И. В. Оценка равновесной формы мягкой оболочки тентовой конструкции арочного типа в условиях действия внешней нагрузки // Строительная механика и конструкции. — 2024. — Вып. 2 (41). — С. 84–97. — DOI: 10.36622/2219-1038.2024.41.2.008.

4. Marbaniang A. L., Kabasi S., Ghosh S. Interactive Exploration of Tensile Membrane Structures for Conceptual and Optimal Design // Structures. — 2024. — Vol. 60. — Art. 105983. — DOI: 10.1016/j.istruc.2024.105983.

5. Чесноков А. В., Михайлов В. В. Разработка вантовой конструкции с тентовым покрытием // Строительная механика и конструкции. — 2024. — Вып. 1 (40). —

C. 56–67. — DOI: 10.36622/2219-1038.2024.40.1.005.

6. Goldbach A.-K., Bletzinger K.-U. Tracing Non-Linearities in the Load Bearing Behavior of Structural Membranes: Typical Shapes and Load Cases Investigated Towards European Standardization // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 1–9. — DOI: 10.3934/acse.2024001.

7. Чесноков А. В., Михайлов В. В. Деформативность мягкой оболочки тентовых конструкций шедового типа // Инженерный вестник Дона. — 2024. — № 7.

8. de Souza M. S. V., Pauletti R. M. O. A Computational Framework for the Design of Tensile Structures // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 37–72. — DOI: 10.3934/acse.2024005.

9. Чесноков А. В., Михайлов В. В., Долматов И. В. Экспериментальные исследования модели вантовой конструкции покрытия // Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета. — 2024. — № 2. — С. 39–52. — DOI: 10.24866/2227-6858/2024-2/39-52.

10. Lang R., Němec I., Park K. C. Stress Projection Procedure for the Form-Finding Analysis of Membrane Structures // Engineering Structures. — 2024. — Vol. 300. — Art. 117173. — DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117173.

11. Херрати Ю., Ковалев Д. В., Столяров О. Н. Нелинейный метод прогнозирования ползучести и релаксации напряжения конструктивных элементов текстильных фасадов // Умные композиты в строительстве. — 2025. — Т. 6, № 2. — С. 22–34. — DOI: 10.52957/2782-1919-2025-6-2-22-34.

12. Sinke Y., Tamke M., Thomsen M. R. Simulation Calibration of Differentiated Knitted Membranes with Evolutionary Optimisation Tools // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 19–36. — DOI: 10.3934/acse.2024003.

13. Stranghöner N., Uhlemann J., Bilginoglu F. et al. Prospect for European Guidance for the Structural Design of Tensile Membrane Structures / Ed. by M. Mollaert, S. Dimova, A. Pinto, S. Denton. — Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2023. — 2nd ed. — DOI: 10.2760/24763.

14. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Form-Finding of Frame-Supported Non-Minimal Tensile Membrane Structures for Anisotropic Prestress Using Physics-Informed Neural Networks // Structural and Multidisciplinary Optimization. — 2024. — Vol. 67. — Art. 56. — DOI: 10.1007/s00158-024-03779-x.

15. Liu D., Lienhard J. Reciprocal Diagrams in Membrane Structures: An Intuitive Form-Finding Approach // International Journal of Space Structures. – 2024. — Vol. 39, No. 4. — P. 231–243. — DOI: 10.1177/09560599251325670.

16. Zajac Z., Lang R., Němec I. Shape-Adaptive Climate Loading of Tensile Surface Structures // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 10–18. — DOI: 10.3934/acse.2024002.

17. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Physics-Informed Extreme Learning Machine for Rapid Form-Finding of Frame-Supported Lightweight Tensile Membrane Structures // Mechanics Research Communications. — 2025. — Vol. 146. — Art. 104419. — DOI: 10.1016/j.mechrescom.2025.104419.

18. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Integrated Design of Tensile Membrane Structures Using Scientific Machine Learning Including Wrinkling Considerations // Mechanics Research Communications. — 2025. — Vol. 148. — Art. 104468. — DOI: 10.1016/j.mechrescom.2025.104468.

19. Kariouh A., Lorenzen da Silva V., Christidi N., Brandt N., Popescu M., D'Acunto P. Necto: Structural Design and Engineering of a CNC-Knitted Membrane Structure // Structures. — 2026. — Vol. 91. — Art. 112667. — DOI: 10.1016/j.istruc.2026.112667.

References

1. Chesnokov A. V., Mixajlov V. V. Metodika opredeleniya trebuemogo sootnosheniya membranny`x napryazhenij v tentovoj obolochke arochnogo tipa // Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. — 2024. — T. 28, № 2. — S. 37–55. — DOI: 10.21869/2223-1560-2024-28-2-37-55.

2. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Form-Finding of Tensile Membrane Structures with Strut and Anchorage Supports Using Physics-Informed Machine

Learning // Engineering Structures. — 2024. — Vol. 299. — Art. 117093. — DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117093.

3. Chesnokov A. V., Mixajlov V. V., Dolmatov I. V. Ocenka ravnovesnoj formy` myagkoj obolochki tentovoj konstrukcii arochnogo tipa v usloviyax dejstviya vneshnej nagruzki // Stroitel`naya mexanika i konstrukcii. — 2024. — Vy`p. 2 (41). — S. 84–97. — DOI: 10.36622/2219-1038.2024.41.2.008.

4. Marbaniang A. L., Kabasi S., Ghosh S. Interactive Exploration of Tensile Membrane Structures for Conceptual and Optimal Design // Structures. — 2024. — Vol. 60. — Art. 105983. — DOI: 10.1016/j.istruc.2024.105983.

5. Chesnokov A. V., Mixajlov V. V. Razrabotka vantovoj konstrukcii s tentovy`m pokry`tiem // Stroitel`naya mexanika i konstrukcii. — 2024. — Vy`p. 1 (40). — S. 56–67. — DOI: 10.36622/2219-1038.2024.40.1.005.

6. Goldbach A.-K., Bletzinger K.-U. Tracing Non-Linearities in the Load Bearing Behavior of Structural Membranes: Typical Shapes and Load Cases Investigated Towards European Standardization // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 1–9. — DOI: 10.3934/acse.2024001.

7. Chesnokov A. V., Mixajlov V. V. Deformativnost` myagkoj obolochki tentovy`x konstrukcij shedovogo tipa // Inzhenerny`j vestnik Dona. — 2024. — № 7.

8. de Souza M. S. V., Pauletti R. M. O. A Computational Framework for the Design of Tensile Structures // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 37–72. — DOI: 10.3934/acse.2024005.

9. Chesnokov A. V., Mixajlov V. V., Dolmatov I. V. E`ksperimental`ny`e issledovaniya modeli vantovoj konstrukcii pokry`tiya // Vestnik Inzhenernoj shkoly` Dal`nevostochnogo federal`nogo universiteta. — 2024. — № 2. — S. 39–52. — DOI: 10.24866/2227-6858/2024-2/39-52.

10. Lang R., Němec I., Park K. C. Stress Projection Procedure for the Form-Finding Analysis of Membrane Structures // Engineering Structures. — 2024. — Vol. 300. — Art. 117173. — DOI: 10.1016/j.engstruct.2023.117173.

11. Xerrati Yu., Kovalev D. V., Stolyarov O. N. Nelinejny`j metod prognozirovaniya

polzuchesti i relaksacii napryazheniya konstruktivny`x e`lementov tekstil`ny`x fasadov // Umny`e kompozity` v stroitel`stve. — 2025. — T. 6, № 2. — S. 22–34. — DOI: 10.52957/2782-1919-2025-6-2-22-34.

12. Sinke Y., Tamke M., Thomsen M. R. Simulation Calibration of Differentiated Knitted Membranes with Evolutionary Optimisation Tools // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 19–36. — DOI: 10.3934/acse.2024003.

13. Stranghöner N., Uhlemann J., Bilginoglu F. et al. Prospect for European Guidance for the Structural Design of Tensile Membrane Structures / Ed. by M. Mollaert, S. Dimova, A. Pinto, S. Denton. — Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2023. — 2nd ed. — DOI: 10.2760/24763.

14. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Form-Finding of Frame-Supported Non-Minimal Tensile Membrane Structures for Anisotropic Prestress Using Physics-Informed Neural Networks // Structural and Multidisciplinary Optimization. — 2024. — Vol. 67. — Art. 56. — DOI: 10.1007/s00158-024-03779-x.

15. Liu D., Lienhard J. Reciprocal Diagrams in Membrane Structures: An Intuitive Form-Finding Approach // International Journal of Space Structures. – 2024. — Vol. 39, No. 4. — P. 231–243. — DOI: 10.1177/09560599251325670.

16. Zajac Z., Lang R., Němec I. Shape-Adaptive Climate Loading of Tensile Surface Structures // Advances in Computational Science and Engineering. — 2024. — Vol. 2, No. 1. — P. 10–18. — DOI: 10.3934/acse.2024002.

17. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Physics-Informed Extreme Learning Machine for Rapid Form-Finding of Frame-Supported Lightweight Tensile Membrane Structures // Mechanics Research Communications. — 2025. — Vol. 146. — Art. 104419. — DOI: 10.1016/j.mechrescom.2025.104419.

18. Kabasi S., Marbaniang A. L., Ghosh S. Integrated Design of Tensile Membrane Structures Using Scientific Machine Learning Including Wrinkling Considerations // Mechanics Research Communications. — 2025. — Vol. 148. — Art. 104468. — DOI: 10.1016/j.mechrescom.2025.104468.

19. Kariouh A., Lorenzen da Silva V., Christidi N., Brandt N., Popescu M., D'Acunto P. Necto: Structural Design and Engineering of a CNC-Knitted Membrane Structure // Structures. — 2026. — Vol. 91. — Art. 112667. — DOI: 10.1016/j.istruc.2026.112667.

Статья поступила в редакцию 15.07.2026; одобрена после рецензирования 19.08.2026; принята к публикации 08.10.2026.

The article was submitted 15.07.2026; approved after peer review 19.08.2026; accepted for publication 08.10.2026.